La llibreta
ACADEMIA

MATEMÁTICAS II

SIMULACROS DE EXAMEN PCE

ANTES DE EMPEZAR

Este cuaderno ha sido creado por Academia La llibreta como material propio de práctica para la preparación de Matemáticas II en las PCE.

No reproduce exámenes oficiales de UNEDasiss ni debe entenderse como un modelo publicado por dicha institución. Su finalidad es orientativa y educativa: ayudarte a practicar con ejercicios de nivel adecuado, familiarizarte con el formato de la prueba y ganar seguridad antes del examen.

Te recomendamos utilizar estos simulacros como parte de tu preparación, junto con el estudio del temario, la revisión de errores y la consulta de las fuentes oficiales actualizadas.

Esperamos que estos simulacros te ayuden a detectar qué dominas y qué necesitas reforzar. ¡Ánimo!

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA (PCE)

MATEMÁTICAS II

Modelo 1 de Examen 2026

Nombre y apellidos:			
Duración:	90 minutos	**Material permitido:**	Ninguno

Indicaciones generales: conteste justificando todos los pasos matemáticos. Puede dejar los resultados expresados como fracciones o raíces. No está permitido el uso de calculadora.
En el Bloque 1 debe elegir una opción de cada problema. En el Bloque 2 debe contestar un máximo de 5 cuestiones. El Bloque 3 es obligatorio.

BLOQUE 1: PROBLEMAS DE DESARROLLO [5 puntos]

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

Estudie, en función del parámetro m ∈ $\mathbb{R}$, el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + my + z &= 1 \\ mx + y + z &= m \\ x + y + mz &= 1 \end{aligned}$$

Opción B

Dados los puntos A(1,0,2), B(−1,1,0) y el plano π: $2x - y + z = 3$
calcule el área del triángulo formado por A, B y el punto de intersección de la recta que pasa por A y B con el plano π.

PROBLEMA 2 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

Un algoritmo de inteligencia artificial detecta transacciones bancarias fraudulentas. En una entidad, el 2% de las transacciones son fraudes reales. El algoritmo clasifica correctamente el 95% de los fraudes, pero también marca como fraude el 3% de las transacciones legítimas. Si una transacción ha sido bloqueada, ¿cuál es la probabilidad real de que sea un fraude? Justifique si el algoritmo es lo suficientemente fiable para bloquear cuentas automáticamente.

Opción B

La concentración de un fármaco en sangre, en mg/L, a lo largo del tiempo t, en horas, viene dada por:

$$C(t) = 5t/(t^2 + 4)$$

Calcule en qué momento se alcanza la concentración máxima, cuál es esa concentración y determine a partir de qué hora la concentración baja de 1 mg/L.

BLOQUE 2: PREGUNTAS TIPO TEST [2,5 puntos]

Conteste un máximo de 5 cuestiones. Cada pregunta correcta suma 0,5 puntos. Cada incorrecta resta 0,2 puntos. No se requiere justificación.

1. Si A es una matriz cuadrada tal que: $A^2 = 3A - I$

a) 3I – A | **b)** A – 3I | **c)** No tiene inversa

2. El límite vale:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$$

a) Es igual a 1/2 | **b)** Es mayor que 1 | **c)** Ninguna de las anteriores

3. El plano perpendicular a la recta r que pasa por P(0,1,1), siendo:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = z$$

a) 2x – y + z = 0 | **b)** x – 2y + z = 1 | **c)** 2x – y + z = –2

4. En una urna hay 3 bolas rojas y 2 azules. Si se extraen dos bolas sin reemplazamiento, la probabilidad de que ambas sean del mismo color es:

a) 2/5 | **b)** 1/2 | **c)** Ninguna de las anteriores

5. La integral vale:

$$I = \int_o^1 x \cdot e^x \, dx$$

a) I >1 | **b)** I = 1 | **c)** Ninguna de las anteriores

6. Sea *A* una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es det(*A*)=2. El valor del determinante de la matriz inversa multiplicada por dos, det($2A^{-1}$), es:

a) 4 **b)** 1/4 **c)** Ninguna de las anteriores.

7. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ se cumple que la matriz A^{2026} es igual a:

a) La matriz *A* **b)** La matriz identidad I **c)** Ninguna de las anteriores.

8. Sean *A* y *B* dos sucesos independientes de un experimento aleatorio. Si se sabe que *P*(*A*)=0,5 y *P*(*B*)=0,4, entonces la probabilidad de la unión *P*(*A*∪*B*) cumple que:

a) *P*(*A*∪*B*)=0,9 **b)** *P*(*A*∪*B*)=0,7 **c)** Ninguna de las anteriores.

BLOQUE 3: PROBLEMA COMPETENCIAL [2,5 puntos]

Debe responder obligatoriamente a este problema, desarrollando la respuesta en la hoja de examen.

Una empresa de energías renovables necesita diseñar un contenedor de baterías cúbicas. El contenedor debe tener forma de prisma rectangular con base cuadrada, no debe tener tapa superior y debe albergar un volumen exacto de 500 dm^3.

El material de la base tiene un recubrimiento especial que cuesta 3 €/dm^2, mientras que el material de las paredes laterales cuesta 1.5 €/dm^2.

a) Construya la función que define el coste de fabricación del contenedor en función de la longitud del lado de su base.

b) Determine las dimensiones del contenedor que minimizan el coste de fabricación y calcule dicho coste mínimo.

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es

Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA (PCE)

MATEMÁTICAS II

Modelo 2 de Examen 2026

Nombre y apellidos:			
Duración:	90 minutos	**Material permitido:**	Ninguno

Indicaciones generales: conteste justificando todos los pasos matemáticos. Puede dejar los resultados expresados como fracciones o raíces. No está permitido el uso de calculadora.

En el Bloque 1 debe elegir una opción de cada problema. En el Bloque 2 debe contestar un máximo de 5 cuestiones. El Bloque 3 es obligatorio.

BLOQUE 1: PROBLEMAS DE DESARROLLO [5 puntos]

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

Dada la función:

$$f(x) = x\sqrt{(4 - x^2)}$$

determine su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento, y calcule el área del recinto limitado por la curva y el eje OX en el primer cuadrante.

Opción B

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$

a) Estudie para qué valores del parámetro real a la matriz A admite inversa.

b) Para a=0, resuelva la ecuación matricial $A\cdot X=B$, siendo $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

PROBLEMA 2 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

Un dron de vigilancia agrícola y un dron de reparto siguen, respectivamente, las trayectorias definidas por las rectas:

$$r: (x, y, z) = (1,0,2) + \lambda(1,1,0)$$
$$s: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{2} = z - 1$$

Demuestre matemáticamente si existe riesgo de colisión. Si no se cortan, calcule la distancia mínima de seguridad que habrá entre ambas trayectorias.

Opción B

Durante una epidemia estacional, el ritmo al que se producen nuevos contagios, en cientos de personas por día, se modeliza mediante la derivada:

$$N'(t) = -3t^2 + 24t$$

Si el día inicial, t = 0, había 500 personas contagiadas, obtenga la función total de personas contagiadas N(t) y calcule cuántos contagios totales habrá el día que el ritmo de nuevos contagios sea máximo.

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

BLOQUE 2: PREGUNTAS TIPO TEST [2,5 puntos]

Conteste un máximo de 5 cuestiones. Cada pregunta correcta suma 0,5 puntos. Cada incorrecta resta 0,2 puntos. No se requiere justificación.

1. El rango de la matriz A es 2 si:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) a = 0 o a= 1 | **b)** a = −1 | **c)** Ninguna de las otras dos

2. Si A y B son sucesos independientes con $P(A)=0,4$ y $P(B)=0,5$, entonces la probabilidad de su unión, $P(A \cup B)$, cumple que:

a) $P(A \cup B) \geq 0,8$ **b)** $0,6 < P(A \cup B) < 0,8$ **c)** Ninguna de las otras dos.

3. El vector director de la recta intersección de los planos cumple que:

$$\pi_1 : x - y = 0$$
$$\pi_2 : y + z = 2$$

a) Sus componentes verifican la relación $v1 = v2 = -v3$

b) Es un vector ortogonal al (1,1,1)

c) Ninguna de las otras dos

4. La función:

$$f(x) = \frac{ln(x)}{x}$$

a) tiene un máximo relativo en x = 1 | **b)** tiene un máximo relativo en x = e | **c)** no tiene máximos

5. Dados los vectores u=(1,0,1) y v=(0,1,1), el coseno del ángulo que forman cumple que:

a) Su valor está comprendido en el intervalo (0,4 ; 0,6).

b) $\cos(\alpha) \leq 0,4$.

c) Ninguna de las otras dos.

6. El área S de la región en el espacio (triángulo) delimitada por los vértices $A(0,0,0)$, $B(1,0,0)$ y $C(0,2,0)$ cumple que:

a) $S<1$ **b)** $S>1$ **c)** Ninguna de las otras dos.

7. El valor del límite $L = \lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{2x}$ cumple que:

a) $1 < L < 2$ **b)** $L \leq 1$ **c)** Ninguna de las anteriores.

8. La recta tangente a la gráfica de la función $f(x)=\ln(x+1)$ en el punto de abscisa $x=0$, cumple que:

a) Es paralela al eje de abscisas ($y=0$).

b) Es la bisectriz del primer y tercer cuadrante ($y=x$).

c) Ninguna de las otras dos.

BLOQUE 3: PROBLEMA COMPETENCIAL [2,5 puntos]

Debe responder obligatoriamente a este problema, desarrollando la respuesta en la hoja de examen.

Un estudio de arquitectura está diseñando el soporte de un puente colgante. Las bases de los dos pilares principales se sitúan en los puntos $A(-2, 0, 0)$ y $B(2, 0, 0)$ de un sistema de referencia tridimensional, en decenas de metros.

Un cable tensor rectilíneo parte del punto $C(0, 5, 10)$ y debe anclarse en un punto del suelo, plano $z = 0$, de modo que forme el mismo ángulo de inclinación respecto al pilar A que al pilar B, manteniendo la simetría de la estructura.

a) Plantee las condiciones geométricas que debe cumplir el punto de anclaje $P(x, y, 0)$ en el suelo.

b) Calcule las coordenadas exactas del punto P si se sabe que debe estar situado sobre la recta del suelo definida por $y = 2$.

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es

Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA (PCE)

MATEMÁTICAS II

Modelo 3 de Examen 2026

Nombre y apellidos:			
Duración:	90 minutos	**Material permitido:**	Ninguno

Indicaciones generales: conteste justificando todos los pasos matemáticos. Puede dejar los resultados expresados como fracciones o raíces. No está permitido el uso de calculadora.
En el Bloque 1 debe elegir una opción de cada problema. En el Bloque 2 debe contestar un máximo de 5 cuestiones. El Bloque 3 es obligatorio.

BLOQUE 1: PROBLEMAS DE DESARROLLO [5 puntos]

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

Dado el plano π: $x + y + z = 4$ y la recta r: $x = y - 1 = \frac{z-2}{2}$

halle el punto simétrico del origen de coordenadas O(0,0,0) respecto al plano π.

Opción B

Calcule las siguientes integrales indefinidas, indicando y justificando el método de integración empleado en cada paso:

a) (1,25 puntos) $\int \frac{2x-1}{x^2+2x+5}dx$

b) (1,25 puntos) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+2}}dx$

PROBLEMA 2 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

En una explotación minera, un equipo de ingenieros está diseñando un conducto de ventilación rectilíneo que debe conectar una cámara de seguridad subterránea, ubicada en el punto $A(1,1,1)$, con un extractor en la superficie, ubicado en el punto $B(5,-1,5)$. Las coordenadas de este mapa tridimensional están medidas en decenas de metros.

Un estudio geológico indica que entre ambos puntos existe una placa de roca dura infranqueable que se extiende formando un plano de ecuación $\pi: 2x-y+2z=12$.

Demuestre analíticamente que el conducto proyectado (la recta que une A y B) atraviesa la placa de roca π y calcule las coordenadas exactas de ese punto de impacto P. ¿Se encuentran la cámara A y el extractor B en lados opuestos de la placa de roca? Justifique esta última respuesta matemáticamente sin usar el dibujo.

Opción B

La resistencia de una viga de madera rectangular viene dada por la fórmula:

$$R = k \cdot x \cdot y^2$$

donde k es una constante del material, x es la anchura e y es el grosor de la viga. Si la viga debe cortarse de un tronco cilíndrico de 40 cm de diámetro, cumpliendo

$$x^2 + y^2 = 40^2$$

determine las dimensiones x e y que debe tener la viga para que su resistencia sea máxima.

BLOQUE 2: PREGUNTAS TIPO TEST [2,5 puntos]

Conteste un máximo de 5 cuestiones. Cada pregunta correcta suma 0,5 puntos. Cada incorrecta resta 0,2 puntos. No se requiere justificación.

1. El valor de la integral es:

$$\int_0^{\pi} \cos(x)\, dx$$

a) 0 | **b)** 2 | **c)** π

2. En una distribución Normal N(0,1), la probabilidad $P(Z < -1)$ es igual a:

a) $P(Z > 1)$ | **b)** $1 - P(Z < -1)$ | **c)** $P(Z < 1)$

3. El producto mixto de tres vectores [u, v, w] representa geométricamente:

a) el área del paralelogramo que forman | **b)** el volumen del paralelepípedo que forman | **c)** un vector ortogonal a los tres

4. Si un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas tiene rango de la matriz de coeficientes 2 y rango de la ampliada 2, el sistema es:

a) compatible determinado | **b)** compatible indeterminado | **c)** incompatible

5. La asíntota oblicua de la función es:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$$

a) $y = 2x + 2$ | **b)** No tiene asíntotas oblicuas | **c)** $y = x + 2$

6. La cantidad de números de 3 dígitos diferentes que se pueden formar utilizando exclusivamente las cifras del conjunto {1,2,3,4,5} es:

a) 125 **b)** 60 **c)** Ninguna de las anteriores.

7. Toda matriz A real cuadrada tal que $A^2 = A$, cumple que:

a) $\det(A) > 0$ **b)** Si A es regular, $A = I$ (la matriz identidad) **c)** Ninguna de las anteriores

8. Se desean alinear en un estante 3 libros de Matemáticas (idénticos entre sí) y 4 libros de Física (también idénticos entre sí). La cantidad de ordenaciones distintas N que se pueden formar, de manera que los 3 libros de Matemáticas **NO estén los tres juntos** (formando un único bloque indivisible), cumple que:

a) $N \leq 25$ **b)** $N > 32$ **c)** Ninguna de las otras dos

BLOQUE 3: PROBLEMA COMPETENCIAL [2,5 puntos]

Debe responder obligatoriamente a este problema, desarrollando la respuesta en la hoja de examen. Puede dejar sus resultados expresados como fracciones o raíces, no se requiere usar números decimales. Justifique sus respuestas.

Los problemas de logística en misiones de rescate son fundamentales para evitar el desperdicio de recursos y garantizar una distribución equitativa. Una ONG organiza una campaña de ayuda para 1200 familias afectadas por unas graves inundaciones en una región donde el 40 % de la población son menores de edad. Para esta misión, cuentan con un presupuesto logístico de 5000 € y la ayuda de 50 voluntarios diarios.

Para facilitar la entrega en los camiones (cuya capacidad máxima es de 3 toneladas cada uno), los suministros se agrupan en tres tipos de lotes estandarizados (A, B y C):

- **Grupo A:** 1 kg de alimentos, 2 cajas de medicinas y 1 kit escolar.
- **Grupo B:** 2 kg de alimentos, 1 caja de medicinas y 1 kit escolar.
- **Grupo C:** 1 kg de alimentos, 1 caja de medicinas y 2 kits escolares.

Tras finalizar la semana de recogida, el equipo de voluntarios ha clasificado todo el material, reuniendo exactamente 400 kg de alimentos, 350 cajas de medicinas y 450 kits escolares.

Se pide:

1. Para cada tipo de suministro (alimentos, medicinas y kits escolares), escriba una ecuación que exprese la cantidad total recogida como combinación lineal de la cantidad de lotes de los 3 grupos que se van a formar.

2. Exprese el sistema en forma matricial y resuélvalo para determinar cuántos lotes de cada tipo se pueden formar para no dejar excedentes.

3. ¿Cómo debe interpretarse el resultado en este contexto real? ¿Hay alguna restricción matemática o lógica sobre los valores que puede tomar la solución? Razone su respuesta apoyándose en el Teorema de Rouché-Frobenius para justificar la existencia de la solución

PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA (PCE)

MATEMÁTICAS II

Modelo 4 de Examen 2026

Nombre y apellidos:			
Duración:	90 minutos	**Material permitido:**	Ninguno

Indicaciones generales: conteste justificando todos los pasos matemáticos. Puede dejar los resultados expresados como fracciones o raíces. No está permitido el uso de calculadora.
En el Bloque 1 debe elegir una opción de cada problema. En el Bloque 2 debe contestar un máximo de 5 cuestiones. El Bloque 3 es obligatorio.

BLOQUE 1: PROBLEMAS DE DESARROLLO [5 puntos]

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción

Opción A

Dadas las rectas r y s en el espacio tridimensional definidas por:

$$r \equiv x = \frac{y-1}{-1} = z-2$$

$$s \equiv \begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$$

1. **(1,5 puntos)** Determine analíticamente la posición relativa de ambas rectas (justificando si se cortan, son paralelas, coincidentes o se cruzan).
2. **(1 punto)** Calcule la distancia mínima exacta entre ambas rectas.

Opción B

Dada la matriz dependiente del parámetro real a:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. **(1,25 puntos)** Determine rigurosamente para qué valores del parámetro a la matriz A no admite matriz inversa.
2. **(1,25 puntos)** Para el caso específico $a=1$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = B$, sabiendo que

   $B = (2 \;\; 1 \;\; 0)$.

PROBLEMA 2 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción

Opción A

El ayuntamiento de una ciudad de 45000 habitantes planea construir un parque fluvial. Para ello, necesita reforestar una parcela de terreno comprendida entre el cauce del río, cuyo perfil topográfico se modeliza mediante la función $f(x) = -x^2 + 4$, y un camino peatonal recto que sigue la ecuación $g(x) = x + 2$ (todas las medidas del plano están en decenas de metros).

1. **(1,5 puntos)** Calcule los puntos de corte entre el río y el camino, y determine mediante una integral definida el área exacta de la parcela que se va a reforestar.
2. **(1 punto)** El vivero municipal vende el césped necesario a un coste de 1000€ por cada unidad de área del plano (decenas de metros cuadrados). El ayuntamiento tiene una partida presupuestaria máxima y estricta de 4200€ para este proyecto. Demuestre analíticamente si el presupuesto asignado será suficiente para cubrir toda el área reforestada, justificando la comparación de fracciones sin usar calculadora.

Opción B

Un arquitecto, ganador del premio nacional en 2018, diseña la cubierta piramidal de cristal para la ventilación de una nueva biblioteca. Los vértices de la base triangular de la cubierta se fijan en los puntos A (0,0,0), B (3,0,0) y C (0,4,0). El vértice superior (cúspide) estará situado en el punto D (1, 1, h), donde $h>0$ es la altura en metros.

1. **(1,5 puntos)** Defina la expresión del volumen del tetraedro formado por los 4 puntos. Si la normativa de ventilación del edificio exige que el volumen interior de esta cubierta sea de exactamente 120 m^3 para oxigenar a 500 visitantes, calcule la altura *h* a la que debe construirse la cúspide.

2. **(1 punto)** Las ordenanzas de urbanismo del centro histórico prohíben estrictamente que cualquier estructura sobrepase los 50 metros de altura desde el suelo ($z=0$). Dado su resultado matemático, deduzca y justifique si el diseño propuesto podrá construirse legalmente en esta ciudad.

BLOQUE 2: PREGUNTAS TIPO TEST [2,5 puntos]

Conteste un máximo de 5 cuestiones. Cada pregunta correcta suma 0,5 puntos. Cada incorrecta resta 0,2 puntos. No se requiere justificación.

1. Toda matriz cuadrada A que cumple $A^2=I$ (siendo I la matriz identidad), verifica obligatoriamente que:

a) Su determinante es siempre 0.

b) Es su propia matriz inversa ($A=A^{-1}$).

c) Es la matriz nula.

2. La distancia d del punto P(0,0,0) al plano π: x + y + z=1 verifica que:

a) d>1. b) 0<d<0,5. c) Ninguna de las anteriores.

3. La distancia del origen de coordenadas O(0,0,0) al plano de ecuación π:x+y+z=1 es:

a) 1/3 b) 33 c) 3

4. El valor de la integral definida $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx$cumple que:

a) I es un número negativo. b) I > 0,5. c) Ninguna de las anteriores.

5. Dada una matriz de coeficientes A de dimensión 3×3 dependiente de un parámetro m, cuyo determinante es $|A|=m^2-4$. El sistema de ecuaciones asociado cumple que:

a) Es Compatible Determinado para infinitos valores de m.

b) Tiene rango 2 para cualquier valor de m.

c) Ninguna de las anteriores.

6. Sean A y B dos sucesos independientes de un experimento aleatorio. Si P(A)=0,4 y P(B)=0,5, la probabilidad de la unión P(A∪B) cumple que:

a) P(A∪B)≥0,8. b) 0,5<P(A∪B)<0,75. c) Ninguna de las anteriores.

7. El dominio de definición de la función $f(x)=\ln(x^2-1)$ es:

a) (1,+∞) b) (−∞,−1)∪(1,+∞) c) [−1,1]

8. Si en un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas la matriz de coeficientes tiene determinante nulo (|A|=0), el Teorema de Rouché-Frobenius asegura que:

a) El sistema es obligatoriamente incompatible.

b) El sistema nunca podrá ser Compatible Determinado.

c) El sistema tiene exactamente una solución, pero es el vector nulo.

BLOQUE 3: PROBLEMA COMPETENCIAL [2,5 puntos]

Debe responder obligatoriamente a este problema, desarrollando la respuesta en la hoja de examen.

Una empresa multinacional que ensambla baterías de litio para coches eléctricos (con una plantilla de 300 ingenieros) recibe un cargamento masivo de celdas de almacenamiento procedentes de tres fábricas asiáticas distintas. El registro aduanero indica que el 50% de las celdas provienen de la Fábrica 1, el 30% de la Fábrica 2 y el 20% de la Fábrica 3.

Los controles de calidad históricos han establecido que la probabilidad de que una celda presente un defecto de fábrica es del 2% si proviene de la Fábrica 1, del 5% si viene de la Fábrica 2, y del 10% si viene de la Fábrica 3.

Se pide:

1. **(1 punto)** Extrayendo los datos relevantes del problema, dibuje el árbol de decisión y calcule la probabilidad total de que una celda escogida al azar del almacén sea defectuosa.
2. **(0,75 puntos)** Si durante el ensamblaje un ingeniero detecta que una celda es defectuosa, calcule mediante el Teorema de Bayes la probabilidad de que dicha celda provenga de la Fábrica 1. (Deje el resultado como fracción irreducible).
3. **(0,75 puntos)** La marca de coches europea que compra estas baterías exige por contrato que la probabilidad global de piezas defectuosas en el almacén de ensamblaje no supere el límite del 4%. A la vista de los resultados del apartado 1, y operando estrictamente con fracciones, demuestre matemáticamente si la multinacional superará la auditoría de la marca de coches o perderá el contrato.

ACADEMIA La llibreta
www.academialallibreta.es
Gran vía Fernando el Católico 23
46008 Valencia

PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA (PCE)

MATEMÁTICAS II

Modelo 5 de Examen 2026

Nombre y apellidos:			
Duración:	90 minutos	**Material permitido:**	Ninguno

Indicaciones generales: conteste justificando todos los pasos matemáticos. Puede dejar los resultados expresados como fracciones o raíces. No está permitido el uso de calculadora.
En el Bloque 1 debe elegir una opción de cada problema. En el Bloque 2 debe contestar un máximo de 5 cuestiones. El Bloque 3 es obligatorio.

BLOQUE 1: PROBLEMAS DE DESARROLLO [5 puntos]

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

Dado el plano π: $2x - y + z = 4$ y la recta r definida por las ecuaciones paramétricas r: $(x, y, z) = (1 + t, 2 - t, t)$:

1. (1 punto) Determine analíticamente la posición relativa de la recta r y el plano π.
2. (1,5 puntos) Calcule las coordenadas del punto P', simétrico al origen de coordenadas O (0,0,0) respecto al plano π.

Opción B

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. (1 punto) Justifique mediante determinantes que la matriz A posee inversa y calcúlela.
2. (1,5 puntos) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - B = 0$, detallando algebraicamente el despeje de la matriz X.

PROBLEMA 2 [2,5 puntos]

Desarrolle solo UNA opción. Responda en el espacio en blanco y/o en el reverso.

Opción A

Un equipo de ingenieros monitoriza la eficiencia de un nuevo panel solar experimental. Durante las primeras horas de la mañana, la placa tiene una temperatura inicial de 15 °C. Se ha modelizado que la tasa de variación de la energía generada, en kilovatios por hora, viene dada por la derivada:

$$E'(t) = t \cdot e^{-t}, \quad \text{donde } t \geq 0 \text{ es el tiempo en horas desde el amanecer.}$$

La red de la ciudad, que abastece a 12000 habitantes, requiere un mínimo de $(1 - \frac{3}{e^2})$ kilovatios para activar el acople automático.

1. (1,5 puntos) Aplicando el método de integración por partes, calcule la función exacta de energía acumulada $E(t)$, sabiendo que en el instante inicial $E(0) = 0$.
2. (1 punto) Calcule la energía total generada en las 2 primeras horas ($t = 2$). Argumente lógicamente y compare fracciones, sin calculadora, para determinar si la placa habrá logrado activar el acople a la red de la ciudad.

Opción B

En un servidor en la nube de alta seguridad de 500 Terabytes de capacidad, un protocolo antispam filtra las peticiones de acceso mediante dos pruebas aleatorias independientes:

- Primero, un algoritmo selecciona un número entero al azar del 1 al 4, ambos inclusive.
- Segundo, el sistema extrae un código de color de una urna virtual que contiene 2 códigos Rojos y 3 códigos Verdes.

Las reglas de asignación de ancho de banda son:

- Se otorgan tantos Megabytes (MB) como indique el número del algoritmo multiplicado por 10.
- Si el código extraído es Rojo, los MB obtenidos se duplican.
- Si el código extraído es Verde, se mantiene la cantidad base obtenida del algoritmo.

1. (1,25 puntos) Calcule la probabilidad exacta de que a un usuario se le asignen exactamente 40 MB de ancho de banda.
2. (1,25 puntos) Un usuario en un foro de programación afirma que le acaban de asignar exactamente 40 MB. Calcule la probabilidad de que el protocolo le hubiera asignado internamente un código de color Verde.

BLOQUE 2: PREGUNTAS TIPO TEST [2,5 puntos]

Conteste un máximo de 5 cuestiones. Cada pregunta correcta suma 0,5 puntos. Cada incorrecta resta 0,2 puntos. No se requiere justificación.

1. Toda matriz A cuadrada tal que $A^2 = A$ cumple obligatoriamente que:

a) det(A) = 0 o det(A) = 1.

b) Es invertible sea cual sea su dimensión.

c) Ninguna de las anteriores.

2. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores en el espacio tales que su producto escalar es nulo ($\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$). Entonces podemos afirmar que:

a) Los vectores son paralelos.

b) Los vectores son perpendiculares.

c) Al menos uno de los dos vectores es el vector nulo.

3. El valor del límite $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$ es igual a:

a) 0 b) 1/2 c) $+\infty$

4. Si A y B son sucesos independientes con P(A)=0,4 y P(B)=0,5, entonces la probabilidad de su unión, P(A∪B), cumple que:

a) P(A∪B)≥0,8 b) 0,6<P(A∪B) c) Ninguna de las anteriores

5. El área de la región delimitada por la curva $y = x^3$, el eje OX y las rectas x = 0 y x = 2 es:

a) 4 b) 8 c) 2

6. Si el rango de la matriz de coeficientes de un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas es 2, y el rango de la matriz ampliada es 3, el Teorema de Rouché-Frobenius garantiza que:

a) Es un Sistema Compatible Indeterminado.

b) Es un Sistema Incompatible (no tiene solución).

c) Ninguna de las anteriores.

7. Dadas dos matrices cuadradas A y B de orden 3, se cumple siempre que el determinante de su producto $|A \cdot B|$ es:

a) Igual a $|A| + |B|$. b) Igual a $|A| \cdot |B|$. c) $|A \cdot B|$ solo se puede calcular si A = B.

8. Se quieren sentar 5 personas en una fila de 5 butacas numeradas. ¿De cuántas formas distintas pueden hacerlo?

a) 25 b) 120 c) Ninguna de las anteriores.

BLOQUE 3: PROBLEMA COMPETENCIAL [2,5 puntos]

Debe responder obligatoriamente a este problema, desarrollando la respuesta en la hoja de examen.

Un observatorio astronómico, situado a 2500 metros de altitud y operado por un equipo de 14 astrofísicos, necesita construir un anexo para un nuevo telescopio.

El diseño arquitectónico exige que la estructura tenga la forma de un cilindro recto coronado por una cúpula semiesférica, exactamente la mitad de una esfera, en su parte superior. Para garantizar un aislamiento térmico perfecto, el suelo del observatorio, es decir, la base plana y circular del cilindro, también debe cubrirse con el mismo revestimiento que las paredes cilíndricas y la cúpula.

Por requisitos técnicos de la óptica del telescopio, el volumen interior total de la estructura, cilindro más semiesfera, debe ser rigurosamente de $45\pi\ m^3$.

Nota: volumen de una esfera = $(4/3)\pi r^3$; área de la superficie de una esfera = $4\pi r^2$.

1. (1,5 puntos) Construya la función que define la superficie total de la estructura: base circular + área lateral del cilindro + área de la cúpula semiesférica. Aplicando derivadas, calcule las dimensiones, radio de la base r y altura de la parte cilíndrica h, que minimizan la cantidad total de revestimiento necesario para su construcción. Compruebe mediante la segunda derivada que se trata, efectivamente, de un mínimo.
2. (1 punto) El presupuesto de la instalación ha limitado la compra del revestimiento especial a un máximo de 140 metros cuadrados. Sabiendo teóricamente que el número pi es estrictamente mayor que 3,14, es decir, $\pi > 314/100$, demuestre analíticamente y operando con fracciones si el material presupuestado será suficiente para construir la cúpula con las dimensiones óptimas calculadas.

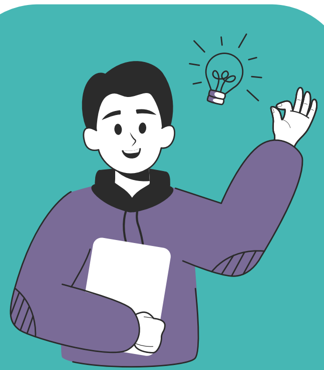
La llibreta
ACADEMIA

CURSOS PCE

Sigue preparando tu examen con La llibreta

Además de este cuaderno, encontrarás cursos y recursos para preparar la PCE paso a paso, resolver dudas y practicar con acompañamiento.
Elige el curso que mejor encaje contigo:

PCE ANUAL



PCE INTENSIVO

ESPAÑOL + INTENSIVO

PCE ONLINE

PRE-SELECTIVIDAD

PCE EXPRÉS

666875860

info@academialallibreta.es

www.academialallibreta.es