

1. Una matriz A es diagonal si se cumple que:

- a) Todos los elementos de su diagonal principal son iguales
- b) Es cuadrada y los elementos no pertenecientes a la diagonal principal son todos iguales a 1
- c) Ninguna de las anteriores

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. El resultado de hacer $B \times A$ es:

- a) No es posible hacer $B \times A$
- b) La matriz nula
- c) Ninguna de las otras

$$B \times A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0/1+2/0-4/2 & 0/2+2/0-4/4 \\ 0/1-1/0+2/2 & 0/2-1/0+2/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -16 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

3. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, y sabiendo que el producto $A \times B$ es $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, ¿cuál es el valor de x?

- a) $x=2$
- b) $x=-2$
- c) Ninguna de las otras

$$A \times B = C \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot x + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 2 \\ -1 \cdot x + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x - 4 \\ -x + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} 2x - 4 = 0 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2 \\ -x + 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{matrix}$$

4. Dada la inequación $-x+3y-3 \geq 1$. Un punto solución es:

- a) (0,1)
- b) (1,0)
- c) Ninguna de las otras

Comprobamos si algún punto cumple la inequación:

$$(0,1) \rightarrow -0 + 3 \cdot 1 - 3 \geq 1 \rightarrow 0 \geq 1 \quad \text{no}$$

$$(1,0) \rightarrow -1 + 3 \cdot 0 - 3 \geq 1 \rightarrow -4 \geq 1 \quad \text{no}$$

5. ¿Cuál es el valor del siguiente límite $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3}{x^2 - 9}$?

- a) $+\infty$
- b) El límite no existe
- c) Ninguna de las otras

Si se descompone el denominador será más fácil

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) \quad \text{y así:}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3}{\underbrace{(x-3)}_{0^+} \underbrace{(x+3)}_6} = \frac{3}{0^+} = \frac{K}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

o se pueden dar valores directamente en el límite:

$$\frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} = K = \boxed{+\infty}$$

o se pueden dar valores directamente en el límite:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3}{x^2 - 9} = \frac{3}{(3,01)^2 - 9} = \frac{3}{0,0601} = \frac{3}{0^+} = \frac{\infty}{0^+} = \boxed{+\infty}$$

6. La función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 3}$ tiene:

- a) Asintota oblicua
- b) Asintota vertical
- c) Asintota oblicua y asíntota vertical

A.V. $\rightarrow$ Buscamos dónde se anula el denominador

$$x^2 + 3 = 0$$

$$x^2 = -3$$

no tiene A.V.

A.O. $\rightarrow$ Como se trata de un cociente de polinomios, al ser el numerador un grado mayor que el denominador, tiene A.O. $y = mx + n$

$$\text{donde } m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^3 + 3x} = 1$$

7. Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{x^3 + 1}$, es:

- a) Decreciente en el intervalo $(0, +\infty)$
- b) Creciente en el intervalo $(0, +\infty)$
- c) Ninguna de las otras

Estudiamos el dominio de la función:

$$x^3 + 1 = 0 \rightarrow x^3 = -1 \rightarrow x = \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$f = \frac{u}{v} \rightarrow f' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \quad \begin{cases} u = x^3 \\ u' = 3x^2 \\ v = x^3 + 1 \\ v' = 3x^2 \end{cases}$$

Estudiamos crecimiento y decrecimiento haciendo $f'(x) = 0$

$$f'(x) = \frac{3x^2(x^3 + 1) - x^3 \cdot 3x^2}{(x^3 + 1)^2} = \frac{3x^5 + 3x^2 - 3x^5}{(x^3 + 1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow \frac{3x^2}{(x^3 + 1)^2} = 0 \rightarrow 3x^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 0} \text{ posible Máx/min}$$

$$f'(-2) > 0, f'(0,5) > 0, f'(1) > 0 \quad \text{signo } f'(x)$$

$$\text{Crece: } (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup \underline{\underline{(0, +\infty)}}$$

8. Hallar $\int (e^{4x} - \frac{e^x}{4}) dx$

- a) $\frac{e^{4x}}{4} - e^x + C$
- b) $\frac{e^{4x} + e^x}{4} + C$
- c) Ninguna de las anteriores

Como se trata de una resta de integrales inmediatas: $\int f' \cdot e^f = e^f$

$$\int e^{4x} dx - \int \frac{e^x}{4} dx = \frac{1}{4} \int 4e^{4x} dx - \frac{1}{4} \int e^x dx =$$

$$= \frac{1}{4} e^{4x} - \frac{1}{4} e^x + C = \frac{e^{4x} - e^x}{4} + C$$

9. Si P es una probabilidad definida sobre el espacio muestral $E = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$, con $P(\omega_1) = 0,15$, $P(\omega_2) = 4P(\omega_4)$, $P(\omega_4) = 3P(\omega_3)$, halla $P(\omega_3)$

- a) 0,053125
b) 0,6375
c) Ninguna de las anteriores

$$P(\omega_1) + P(\omega_2) + P(\omega_3) + P(\omega_4) = 1 \rightarrow \text{Sustituimos:}$$

$$0,15 + 4 \cdot P(\omega_4) + P(\omega_3) + 3P(\omega_3) = 1$$

$$0,15 + 4 \cdot 3 \cdot P(\omega_3) + P(\omega_3) + 3P(\omega_3) = 1$$

$$0,15 + 12P(\omega_3) + P(\omega_3) + 3P(\omega_3) = 1 \rightarrow \text{Agrupamos:}$$

$$16P(\omega_3) = 1 - 0,15$$

$$P(\omega_3) = \frac{0,85}{16} = 0,053125$$

10. Si A y B son dos sucesos de un espacio muestral E con $P(A/B) = \frac{1}{2}P(B/A)$, entonces:

- a) Siempre que ocurre B , ocurre A
b) La probabilidad de B es el doble de la de A
c) Ninguna de las otras

Como se trata de probabilidad condicionada:

$$\left. \begin{aligned} P(A/B) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\ P(B/A) &= \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \end{aligned} \right\}$$

Como $P(A/B) = \frac{1}{2}P(B/A)$, sustituyendo:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(B) = 2P(A)$$

11. Si X es una variable aleatoria que sigue una distribución normal $N(\mu=3, \sigma=0,8)$, y se sabe que $P(X > a-1) = 0,1056$ podemos afirmar que:

- a) $a=1,5$
b) $a=5$
c) Ninguna de las otras

$$X \rightarrow N(3, 0,8)$$

Tipificando: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \rightarrow N(0, 1)$

$$P(X \geq a-1) = P\left(Z \geq \frac{(a-1) - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \geq \frac{(a-1) - 3}{0,8}\right) =$$

$$= P\left(Z \geq \frac{a-4}{0,8}\right) = 1 - \underbrace{P\left(Z \leq \frac{a-4}{0,8}\right)}_{\text{tiene que valer } 1 - 0,1056 = 0,8944} = 0,1056$$

Así: $P\left(Z \leq \frac{a-4}{0,8}\right) = 0,8944 \rightarrow$ Buscando en la tabla:

$1,25$

$$\frac{a-4}{0,8} = 1,25$$

$$a - 4 = 1$$

$$a = 5$$

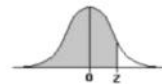


TABLA I (B)
DISTRIBUCIÓN NORMAL TIPIFICADA $N(0, 1)$

La tabla proporciona, para cada valor de z , el área que queda a su izquierda.

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'50000	0'50399	0'50798	0'51197	0'51595	0'51994	0'52392	0'52790	0'53188	0'53586
0'1	0'53983	0'54380	0'54766	0'55172	0'55567	0'55962	0'56356	0'56749	0'57142	0'57535
0'2	0'57926	0'58317	0'58706	0'59095	0'59483	0'59871	0'60257	0'60642	0'61026	0'61409
0'3	0'61791	0'62172	0'62552	0'62930	0'63307	0'63683	0'64058	0'64431	0'64803	0'65173
0'4	0'65554	0'65910	0'66276	0'66640	0'67003	0'67364	0'67724	0'68082	0'68439	0'68793
0'5	0'69146	0'69497	0'69847	0'70194	0'70540	0'70884	0'71226	0'71566	0'71904	0'72240
0'6	0'72575	0'72907	0'73237	0'73565	0'73891	0'74215	0'74537	0'74857	0'75175	0'75490
0'7	0'75804	0'76115	0'76424	0'76730	0'77035	0'77337	0'77637	0'77935	0'78230	0'78524
0'8	0'78814	0'79103	0'79389	0'79673	0'79955	0'80234	0'80511	0'80785	0'81057	0'81327
0'9	0'81594	0'81859	0'82121	0'82381	0'82639	0'82894	0'83147	0'83398	0'83646	0'83891
1'0	0'84134	0'84375	0'84614	0'84850	0'85083	0'85313	0'85543	0'85769	0'85993	0'86214
1'1	0'86433	0'86650	0'86864	0'87076	0'87286	0'87493	0'87698	0'87900	0'88100	0'88298
1'2	0'88493	0'88686	0'88877	0'89065	0'89251	0'89435	0'89617	0'89796	0'89973	0'90147
1'3	0'90320	0'90490	0'90658	0'90824	0'90988	0'91149	0'91308	0'91466	0'91621	0'91774
1'4	0'91924	0'92073	0'92220	0'92364	0'92507	0'92647	0'92786	0'92922	0'93056	0'93189
1'5	0'93319	0'93448	0'93574	0'93699	0'93822	0'93943	0'94062	0'94179	0'94295	0'94408
1'6	0'94520	0'94630	0'94738	0'94845	0'94950	0'95053	0'95154	0'95254	0'95352	0'95449
1'7	0'95543	0'95637	0'95728	0'95818	0'95907	0'95994	0'96080	0'96164	0'96246	0'96327
1'8	0'96407	0'96485	0'96562	0'96638	0'96712	0'96784	0'96856	0'96926	0'96995	0'97062
1'9	0'97128	0'97193	0'97257	0'97320	0'97381	0'97441	0'97500	0'97558	0'97615	0'97670
2'0	0'97725	0'97778	0'97831	0'97882	0'97932	0'97982	0'98030	0'98077	0'98124	0'98169
2'1	0'98214	0'98257	0'98300	0'98341	0'98382	0'98422	0'98461	0'98500	0'98537	0'98574
2'2	0'98610	0'98645	0'98679	0'98713	0'98745	0'98778	0'98809	0'98840	0'98870	0'98899

12. El intervalo de confianza para la media muestral viene dada por $IC = (\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, podemos afirmar que el error máximo admisible viene dado por:

- a) $E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- b) $E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma}{n}}$
- c) $E = Z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$