Enunciados

PROBLEMA 1

Considere un satélite artificial de masa m = 200 kg que describe una órbita circular alrededor de la Tierra de radio r= 7200km. Con los datos aportados en la tabla, se pide:

a) ¿Qué energía se suministró al satélite en su lanzamiento?
b) ¿Cuál es la velocidad del satélite en su órbita?
c) En un momento determinado, se desea sacar al satélite de su órbita de modo que escape del campo gravitatorio terrestre y pueda explorar los confines del universo. ¿Qué energía habrá que suministrar al satélite?

Datos: G, constante de gravitación universal $6{,}67\cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}, M_T, masa de la Tierra $5{,}98\cdot 10^{24}$kg, R_T, radio de la Tierra 6380 km

a) A partir de la energía cinética y potencial, podemos obtener la energía mecánica del satélite, según:

$$E_{m_{orb}} = -\frac{GMm}{2r}$$

r= distancia desde el centro planeta a altura del satélite.

La energía que tenemos que suministrar será la **diferencia de energía mecánica** que tiene el satélite en órbita respecto a la que tiene en superficie. Esta variación de energía es, justamente, **el trabajo de puesta en órbita**. Que viene dado por:

$$W = \Delta E_m = E_{m_{orb}} - E_{m_{sup}} \quad (\text{final} - \text{inicial})$$

Suponemos que la energía cinética del satélite en la superficie es cero (despreciamos la rotación de la Tierra).
Por tanto,

$$E_m = \frac{-GMm}{2r} - \left(-\frac{GMm}{R_T}\right) \rightarrow GMm\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right)$$

$$\rightarrow 6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\cdot 200\left(\frac{1}{6380\cdot 10^3} - \frac{1}{2(7200\cdot 10^3)}\right) = \boxed{6'96\cdot 10^9 \text{ J}}$$

b)

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}}{7200\cdot 10^3}} = \boxed{7442'9 \text{ m/s}}$$

c) Hacemos lo mismo que en el apartado a), solo que en este caso, partimos desde la energía en órbita (como inicial) hasta la energía a una distancia infinita (como final). La energía final será 0, pues consideramos que la energía cuando enviamos un satélite fuera de órbita es cero (debido a que el radio se vuelve infinitamente grande). Por tanto,

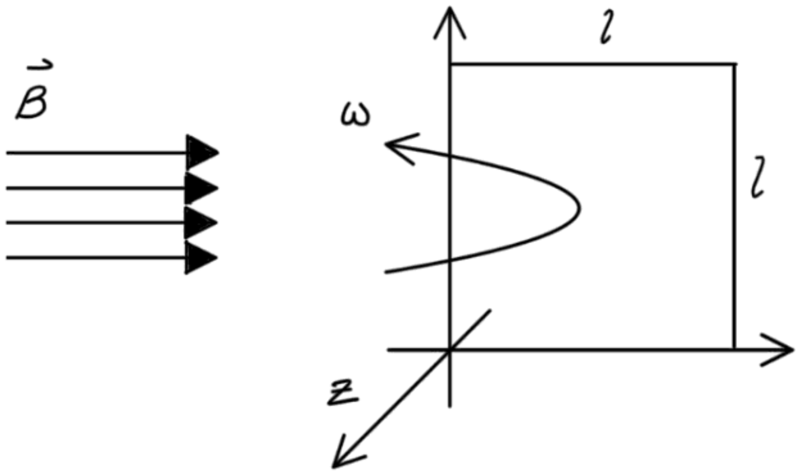
$$\Delta E_m = \cancel{E_{m_f}}^{0} - E_{m_{orb.}} = -\left(-\frac{GMm}{2r}\right) = \frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\cdot 200}{2(7200\cdot 10^3)} = \boxed{5'54\cdot 10^9 \text{ J}}$$

PROBLEMA 2

Se tiene una espira cuadrada de lado l, inicialmente contenida en el plano XY (ver figura). La espira puede rotar alrededor de uno de sus lados, que está situado sobre el eje y. La espira está en el seno de un campo magnético uniforme y constante $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{\imath}$, siendo $\vec{\imath}$ el vector unitario a lo largo del eje x. En el instante t= 0 la espira comienza a rotar con frecuencia angular ω. Se pide:

a) Calcule el flujo de campo magnético a través de la superficie encerrada por la espira en función del tiempo.
b) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira.
c) ¿Cuál debería ser la frecuencia angular de rotación de la espira si deseamos que la amplitud de la fuerza electromotriz inducida sea ε_0?

Datos:
l= 20cm = 0'2m
B₀= 150 T
ω= 18,85 rad/s
ε_0 = 60V
$\vec{S} = l^2 = 0'2^2 = 0'04$ m



a) El flujo que atraviesa una superficie viene dado por:

$$\Phi = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} \cdot \cos(\varphi)$$

Calculamos $\varphi \rightarrow \varphi = \varphi_0 + \omega t$

Según los datos del enunciado $\vec{B} \perp \vec{S} = 90°$ ó $\frac{\pi}{2}$ rad.

por tanto, $\varphi = \frac{\pi}{2} + 18'85t$

$$\Phi = 150 \cdot 0'04 \cdot \cos\left(18'85t + \frac{\pi}{2}\right) = \boxed{6\cos\left(18'85t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ wb}}$$

b) $$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\left[-6 \cdot \text{sen}\left(18'85t + \frac{\pi}{2}\right) \cdot 18'85\right] = \boxed{113'1 \text{ sen}\left(18'85t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ V.}}$$

c) $\varepsilon_0 = \cancel{N} \cdot B \cdot S \cdot \omega$

$$60 = 150 \cdot 0'04 \cdot \omega \longrightarrow \omega = \frac{60}{6} = \boxed{10 \text{ rad/s}}$$

PROBLEMA 3

Se tiene una onda armónica transversal descrita por la ecuación

$$y(x, t) = 0{,}15 \cdot \text{sen}(20x - 10t)$$

Donde todas las variables están en unidades del Sistema Internacional.

Se pide:

a) Determine la amplitud, longitud de onda y frecuencia de la onda. De estas dos últimas magnitudes, indique cuál está relacionada con la periodicidad de la onda en el espacio y cuál con la periodicidad de la onda en el tiempo.

b) Calcule la velocidad de propagación de la onda (velocidad de fase) e indique su sentido.

c) Calcule la velocidad transversal de un punto situado en x= 30 cm en el instante t= 5s.

a) $A = 0'15\ m$, $K = 20\ m^{-1}$, $\omega = 10\ rad/s$

$$\lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{\pi}{10}\ m$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} \approx 1'59\ Hz$$

La longitud de onda está relacionada con la periodicidad de la onda en el espacio, ya que nos dice la distancia entre dos puntos consecutivos con el mismo desplazamiento, mientras que la frecuencia está relacionada con la periodicidad de la onda en el tiempo, pues representa el número de oscilaciones por segundo.

b) $$v_p = \lambda \cdot f = \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{10}}{2\cancel{\pi}} = \frac{1}{2}\ m/s$$

sentido positivo de las x, ya que en la ecuación de onda $(-\omega t)$ es negativa.

c) $$v_t = \frac{dy}{dt} \rightarrow v = 0'15 \cdot \cos(20x - 10t) \cdot (-10) = \boxed{-1'5 \cdot \cos(20x - 10t)\ m/s}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 30\,cm \rightarrow 0'3\,m \\ t = 5\,s \end{array}\right\} \quad v = -1'5 \cdot \cos(20 \cdot 0'3 - 10 \cdot 5) = \boxed{-0'97\ m/s}$$

PROBLEMA 4

De un determinado metal sabemos que la frecuencia mínima de la luz incidente para que se emitan fotoelectrones como consecuencia del efecto fotoeléctrico es v.= f_0

Se pide:

a) Demostrar si se extraen o no electrones cuando iluminamos una superficie de ese metal con luz de longitud de onda λ.

b) Calcule, en su caso, la energía cinética de los electrones emitidos.

c) Calcule el trabajo de extracción del metal.

$f_0 =$ v= $4{,}9 \cdot 10^{14}$ Hz

$\lambda = 500 \cdot 10^{-9}\ m$

$f_0 =$ v= $4{,}9 \cdot 10^{14}$ Hz
$\lambda = 500$ nm $\cdot 10^{-9}$ m
h, Constante de Planck $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s
c, velocidad de la luz en el vacio $3 \cdot 10^{8}$ m/s

a) $\exists$ E.F si $f > f_0$

$$\left.\begin{array}{l} f_0 = 4'9 \cdot 10^{14}\ Hz \\ f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3 \cdot 10^{8}}{500 \cdot 10^{-9}} = 6 \cdot 10^{14}\ Hz \end{array}\right\} f > f_0 \rightarrow \text{sí hay E.F.}$$

b) $Ef = W_0 + Ec \longrightarrow Ec = Ef - W_0 = 3'972 \cdot 10^{-19} - 3'2438 \cdot 10^{-19} = \boxed{7'282 \cdot 10^{-20}\ J}$

$\rightarrow Ef = h \cdot f = 6'62 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} = 3'972 \cdot 10^{-19}\ J$

$\longrightarrow W_0 = h \cdot f_0 = 6'62 \cdot 10^{-34} \cdot 4'9 \cdot 10^{14} = 3'2438 \cdot 10^{-19}\ J$

c) Calculado en apartado b) $W_0 = h \cdot f_0 = 3'2438 \cdot 10^{-19}$ J.